ثانوية الحاج الجنوبكي – مروانة

المستوى: الثالثة علوم تجريبية

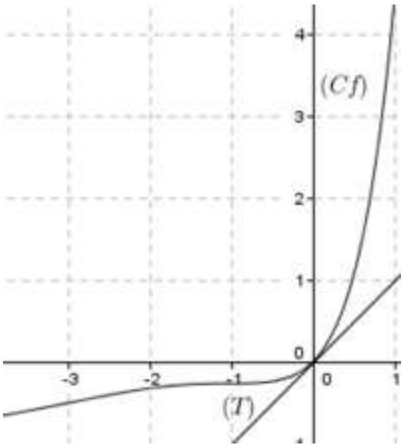
العام الدراسي: 2025/2024

المدة: ساعة

الفرض الأول للثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين 01: (03,50 نقاط)

الدالة العددية المعرفة على IR بتمثيلها البياني (C_f) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$، (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 كما هو موضح في الشكل المقابل.



1) بقراءة بيانية: عيّن $f'(0)$ و أعط معادلة للمماس (T).

2) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة $f(x)=x+m-2$.

3) عيّن قيمة a إذا علمت أن $f(x)=\left(x^2+a\right)e^x-1$.

4) g الدالة العددية المعرفة على IR بـ: $g(x)=\left(x^2+1\right)e^{|x|}-1$ و (C_g) تمثيلها البياني، بيّن أن الدالة g زوجية ثم اشرح كيفية إنشاء (C_g) إنطلاقا من (C_f) ثم أنشئه.

التمرين 02: (06,50 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على IR بـ: $g(x)=x^3-2x^2-2$.

1) أدرس تغيرات الدالة g و شكّل جدول تغيراتها.

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=-1$ تقبل حل وحيد α حيث $2{,}1<\alpha<2{,}3$.

3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)+1$ على IR.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على IR بـ: $f(x)=\left(x^3+x^2+2x+1\right)e^{-x}$.

1) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن $f'(x)=-\left[g(x)+1\right]e^{-x}$.

2) استنتج إتجاه تغير الدالة f.

3) عيّن دون حساب $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$ و أعط تفسيرا بيانيا للنتيجة.

4) بيّن أن $f(\alpha)=\dfrac{3\alpha^2+2\alpha+2}{e^\alpha}$.

III) لتكن الدالة h المعرفة على $IR-\{0\}$ بـ: $h(x)=f\left(\dfrac{1}{x}\right)$.

عيّن إتجاه تغير الدالة h.

بالتوفيق

الإجابة النموذجية

التمرين الأول: (03,50 نقاط)

1) $f'(0)$ هو معامل توجيه المماس (T)

$f'(0)=\dfrac{1-0}{1-0}=1$ 0,25

معادلة (T): $y=x$ 0,25

2) حلول المعادلة $f(x)=x+m-2$ هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم (المائل) ذو المعادلة $: y=x+m-2$ 01

- $m<2$: لاتوجد حلول.
- $m=2$: للمعادلة حل وحيد.
- $m>2$: للمعادلة حلان متمايزان.

3) $f(x)=(x^2+a)e^x-1$

لدينا: $f(0)=0$ و منه $a-1=0$ إذن: $a=1$. 0,50

4) $g(x)=(x^2+1)e^{|x|}-1$ ، $x\in IR$.

- بيان أن g دالة زوجية: 0,25 + 0,50

➢ من أجل $x\in IR$ فإن $-x\in IR$

➢ $g(-x)=((-x)^2+1)e^{|-x|}-1$

$g(-x)=(x^2+1)e^{|x|}-1$

أي $g(-x)=g(x)$

و منه g دالة زوجية.

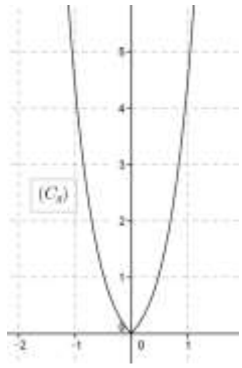
- إنشاء (C_g):

نلاحظ أنه من أجل $x\geq 0$ فإن 0,25

$g(x)=f(x)$

أي أن (C_g) ينطبق على (C_f) في المجال $[0;+\infty[$

و بما أن الدالة g زوجية فإن (C_g) متناظر بالنسبة إلى حامل محور التراتيب. 0,50



التمرين الثاني: (06,50 نقاط)

I. $g(x)=x^3-2x^2-2$ ، $x\in IR$

1) دراسة تغيرات الدالة g:

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x^3=+\infty$ 0,25

$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} x^3=-\infty$ 0,25

$g'(x)=3x^2-4x$ 0,25

x	$-\infty$		0		$\frac{4}{3}$		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	−	0	+	

0,50

الدالة g متزايدة تماما على المجالين $]-\infty;0]$ و $\left[\frac{4}{3};+\infty\right[$ و متناقصة تماما على المجال $\left[0;\frac{4}{3}\right]$ 0,25

x	$-\infty$		0		$\frac{4}{3}$		$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	↗	-2	↘	$-\frac{86}{27}$	↗	$+\infty$

0,5

2) بيان أن المعادلة $g(x)=-1$ تقبل حل وحيد α حيث $: 2{,}1<\alpha<2{,}3$ 01

➢ لدينا من جدول التغيرات الدالة g مستمرة و رتيبة تماما على المجال $]2{,}1;2{,}3[$.

➢ و لدينا $\begin{cases} g(2{,}1)\simeq-1{,}55 \\ g(2{,}3)\simeq-0{,}4 \end{cases}$

أي: $g(2{,}1)<-1<g(2{,}3)$

➢ ومنه حسب م.ق.م فإن المعادلة $g(x)=-1$ تقبل حل وحيد α حيث $2{,}1<\alpha<2{,}3$

3)

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)+1$		−	0	+	

0,25

II.

1) تبيان أن $f'(x)=-[g(x)+1]e^{-x}$ 0,75

$f'(x)=(3x^2+2x+2)e^{-x}$

$-e^{-x}(x^3+x^2+2x+1)$

$f'(x)=(-x^3+2x^2+1)e^{-x}$

$f'(x)=-(x^3-2x^2-1)e^{-x}$

أي: $f'(x)=-[g(x)+1]e^{-x}$

2) إتجاه التغير : الدالة f متناقصة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$ و متزايدة تماما على المجال $]-\infty;\alpha]$. 0,25

3) $\lim_{h\to 0}\frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}=f'(\alpha)=0$ — 0,5

ت.هـ: (C_f) يقبل عند النقطة ذات الفاصلة α — 0 ,25

مماس أفقي.

4) تبيان أن $f(\alpha)=\frac{3\alpha^2+2\alpha+2}{e^{\alpha}}$ — 0,50

لدينا:

$$f(\alpha)=(\alpha^3+\alpha^2+2\alpha+1)e^{-\alpha}$$

و لدينا: $g(\alpha)=-1$ أي: $\alpha^3-2\alpha^2-2=-1$

و عليه: $\alpha^3=2\alpha^2+1$

و بالتالي:

$$f(\alpha)=(2\alpha^2+1+\alpha^2+2\alpha+1)e^{-\alpha}$$

أي: $f(\alpha)=\frac{3\alpha^2+2\alpha+2}{e^{\alpha}}$

.III $h(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$

- تعيين إتجاه تغير الدالة h:

$$h'(x)=-\frac{1}{x^2}f'\left(\frac{1}{x}\right)$$ — 0,25

0,50

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{\alpha}$		$+\infty$
$-\frac{1}{x^2}$		$-$	||	$-$		$-$	
$f'\left(\frac{1}{x}\right)$		$+$	||	$-$	0	$+$	
$h'(x)$		$-$	||	$+$	0	$-$	

الدالة h متناقصة تماما على المجالين $]-\infty;0[$ و $\left[\frac{1}{\alpha};+\infty\right[$ و متزايدة تماما على المجال $\left]0;\frac{1}{\alpha}\right]$. — 0,25